Universidade Federal de Uberlândia

– Material extra de estudo em RF –

# A escala decibel (dB) e suas derivações

*Prof. Alan Petrônio Pinheiro*
Faculdade de Engenharia Elétrica
Curso de Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações
Versão 1.0 –2017
alanpetronio@ufu.br

## 1 – Introdução: motivação para criação da escala e seu cálculo

Para entender a escala decibel (dB) é importante entendermos sua história para explicar porque ela se tornou tão importante. Ela nasce com a necessidade de especialistas da empresa Bell Labs em definir uma medida de diferença entre dois sinais de potência elétrica ($P_1$ e $P_2$). Neste ponto já é importante observar que se trata de uma medida diferencial cujo propósito principal é definir o quanto uma grandeza é maior ou menor que outra. Mas a frente discutiremos as vantagens de se usar esta escala em detrimento da escala linear convencional.

Inicialmente, a escala dB foi definida pela Equação (i), cuja medida é dada em Bels[1].

$$\text{Pot} = \log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \text{ [bels]} \tag{i}$$

Contudo, os idealizadores desta escala referencial perceberam que apesar de uma grande diferença entre a razão P1/P2, a escala bels originalmente pensada gerava um pequeno valor de diferença. Desta forma, para aumentar a sensibilidade desta escala, resolveram multiplica-la por 10 vezes gerando a fórmula que conhecemos hoje e ilustrada na Equação (ii). Com a multiplicação por 10, a unidade passou a ser chamada de "deci bels" ou, simplesmente, decibels ou decibéis.

$$\text{Pot} = 10 * \log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \text{ [decibels]} \tag{ii}$$

A Figura 1 ilustra a diferença entre as equações (i) e (ii) graficamente. Observe nesta figura, por exemplo, que quando $P_1=1.8*P_2$ em escala linear, dizemos que esta mesma relação é de 0.2553 bels ou 2.553 decibels. Como a escala bels gerou valores pequenos, optou-se por multiplicar por 10 para aumentar

[1] em homenagem ao Graham Bell, fundador da Bell Labs e tido como um dos inventores do telefone.

estes valores. Observe que quando $P_1=P_2$ geramos $P_1/P_2= 1 = 0$dB. Ou seja: 0 dB significa nenhum ganho e nenhuma atenuação na relação entre os dois valores de potência (são iguais!).

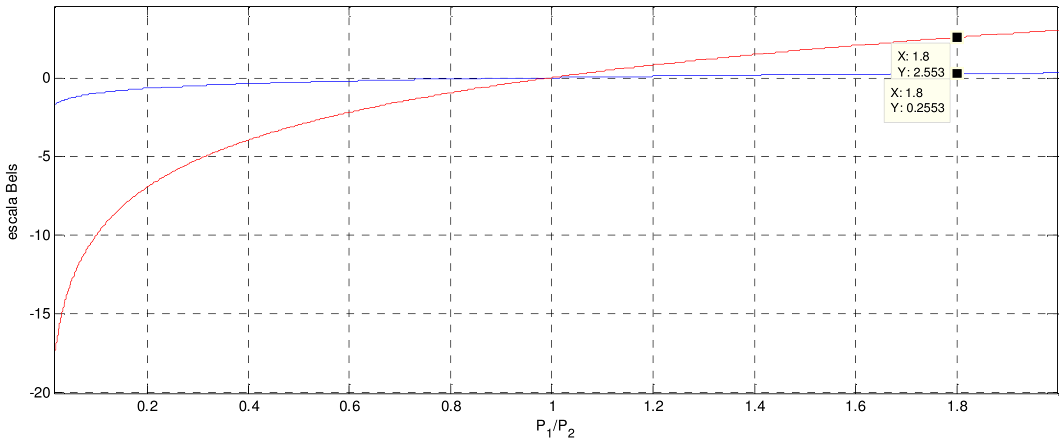



Figura 1 - Comparação entre as escalas da equação (i), na cor azul (e medido em B), e a equação (ii), na cor vermelha (e medido em dB).

Embora a escala fosse originalmente pensada para sinais de potência elétrica (grande muito comum na área de telecomunicações), depois de algum tempo ela passou a ser usada para outros tipos de sinais, elétricos ou não. Em especial, ela começou a ser usada em gráficos de espectro de frequência gerados pela transformada de Fourier (na seção 2 deste material explicaremos o porquê deste uso e suas vantagens). E na área de processamento de sinais é muito comum pegarmos o espectro de um sinal (seja ele de tensão, corrente, geodésico, econométrico, estatístico, etc) e elevá-lo ao quadrado gerando o que os especialistas da área chamam de potência espectral (*power spectrum*) de um sinal. Observe que o termo potência aqui não é o mesmo de potência elétrica. O termo potência refere-se apenas ao fato de que a magnitude do sinal foi elevada ao quadrado. Desta forma, temos para o caso destes sinais de frequência X(*f*) que são elevados ao quadrado a forma[2]:

$$X(f)_{dB} = 10 * \log_{10}(|X(f)|^2) \text{ [dB]} \quad \text{(iii)}$$

Através das propriedades da base logarítmica, sabe-se que a relação seguinte é válida: $A.\log(B^C)= C.A.\log(B)$. Desta forma, podemos reescrever (iii) como:

$$X(f)_{dB} = 2 * 10 * \log_{10}(|X(f)|) = 20 * \log_{10}(|X(f)|) \text{ [dB]} \quad \text{(iv)}$$

É muito importante ressaltar que a equação (ii) é sempre usada para sinais de potência elétrica, enquanto que a equação (iv) é usada para outros sinais que em algum momento serão elevados ao quadrado

[2] No caso da Equação (iii), colocamos o módulo em X(*f*) porque esta variável é um caso específico de número complexo (tendo, por consequência, parte imaginária e parte real). Logo, antes de elevarmos ao quadrado, pegaremos apenas o módulo deste valor complexo só para depois elevá-lo ao quadrado.

gerando assim o termo 20 da Equação (iv). Desta forma não existe uma regra universal e cada caso é um caso para se definir quando se aplica a multiplicação por 10 ou por 20. Por isto, o leitor deve entender bem quando multiplicamos por 10 e quando multiplicamos por 20 e o contexto do problema em que se deseja aplicar a escala sempre deixando claro estas relações. Contudo, destaca-se desde já (mais uma vez) que quando se fala em potência elétrica (dada em watts), usa-se a multiplicação por 10 (ou melhor, a fórmula (ii)). Já outros casos, pode acontecer que tanto a Equação (ii) quanto a (iv) se apliquem. As próximas seções devem ajudar a esclarecer um pouco mais esta questão. Por agora, vamos tentar elucidar um pouco mais esta questão através do exemplo 1.

**Exemplo 1:**

<u>Caso 1</u>: Considere que um sinal é enviado por uma antena e que nesta antena ele tem a potência de 4w. Este sinal chega ao seu destinatário com a potência de 2w. Ou seja, durante a transmissão foram perdidos 2w (perca de 2x = 4w/2w em escala linear). Em escalada dB:

$$10*\log10(P_{chegada}/P_{saida}) = 10*\log_{10}(2/4) = -3.0103 \text{ dB}$$

Desta forma, diz-se que o sinal foi atenuado em 2x (escala linear) ou em 3dB (quando se fala em atenuação, já fica implícito que a grandeza tem valor negativo; ou seja: -3dB). Observe que se mudássemos os valores para $P_{chegada}$=1w e $P_{saida}$=2w, teríamos a mesma atenuação de 10*log10(1/2)= -3dB. *Logo, mesmo tendo valores diferentes, a razão de atenuação foi a mesma (2x) e por isto os valores em dB foram os mesmos pouco importando a magnitude dos números e sim a relação entre eles.*

<u>Caso 2</u>: Considere que um sinal de tensão na saída de um circuito é de 4V. Este sinal chega ao circuito receptor com uma amplitude de 2V. Ou seja, durante a propagação do pulso na linha de transmissão (fio, por exemplo), foram perdidos 2V (perca de 2x = 4V/2V em escala linear). Em escalada dB, podemos usar qualquer uma das relações:

$$\text{Atenuação1} = 10*\log_{10}(2/4) = -3.0103 \text{ dB}$$
$$\text{Atenuação2} = 20*\log_{10}(2/4) = -6.0206 \text{ dB}$$

Daí vem a confusão. Qual atenuação usar? A resposta é clara: qualquer uma das duas desde que fique claro a diferença dentre elas. No primeiro caso, pode-se dizer que se teve uma atenuação de -3dB entre os sinais de tensão (enviado e recebido). Já no segundo caso, diz-se que houve uma atenuação de -6dB entre a potência destes dois sinais de tensão. Neste último caso, ficou claro que usamos o termo "potência" a mais para indicar que os sinais foram elevados ao quadrado (ou multiplicados por 20), ainda que este termo potência não se refira diretamente a potência elétrica (estamos falando de tensão elétrica e não de potência neste caso 2). De qualquer forma nem sempre estas informações são claras. Por isto é sempre bom saber como o cálculo foi feito.

Vamos recordar que nas equações (i) ou (ii), estávamos calculando o quanto um sinal ganhou ou perdeu de amplitude em relação a um segundo sinal tido como referência. Já nas equações (iii) e (iv), não fizemos uma análise relativa porque estávamos preocupados apenas em demonstrar a ideia do termo quadrático. Uma vez compreendida, voltemos a ideia do conceito de uso da escala dB para valores comparativos. Neste caso que agora trataremos, faremos uso do conceito de **normalização**. A normalização é feita com a escolha de um certo valor $s_{ref}$, contido no sinal estudando, que será usado de referência para dividir todos os outros valores.

$$P[n]_{dB} = 10 * \log_{10}\left(\frac{s[n]}{s_{ref}}\right) \text{ [dB]} \quad \text{(v)}$$

Para entender melhor este conceito, considere como exemplo o sinal s[n] = [5; 2; 1; 0.1; 6; 2] que é composto por seis valores de potência elétrica (watts) medidos em um equipamento a cada 1 hora, por exemplo. Para isto, vamos escolher como referência o maior valor deste série que é $X_{ref} = s_{ref} = 6$w. Assim sendo, a aplicação da escala dB normalizada seria dada pela equação:

$$P[n]_{dB} = 10 * \log_{10}\left(\frac{s[n]}{s_{ref}}\right) = 10 * \log_{10}\left(\frac{s[n]}{6}\right) \text{ [dB]}$$

É muito comum na normalização pegar o maior valor como sendo a referência. Existem outros tipos de referência que serão discutidos na seção 3. O gráfico da Figura 2a mostra o sinal original (observe os pontos com círculos) e o da Figura 2b o mesmo sinal, só que em escala logarítmica normalizada. Repare nas medidas do eixo vertical de ambos os gráficos. É fácil perceber que o sinal da Figura 2b está normalizado pois nenhum valor é maior que 0dB e temos pelo menos um valor igual a 0dB. Lembre-se que 0dB = 1x (em escala linear). Ou seja, $s = s_{ref}$.

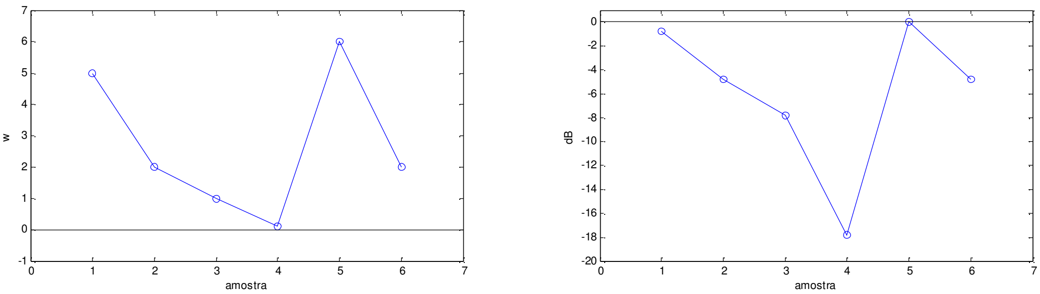



Figura 2 – (a: esquerda) Sinal s = [5; 2; 1; 0.1; 6; 2] em escala linear. (b: direita) Mesmo sinal em escala dB normalizado.

Da mesma forma que é importante saber calcular uma medida ou um sinal em escala dB, é também igualmente importante fazer o contrário: converter um valor dado em dB em escala linear. Para isto, use uma das fórmulas mostradas em (vi). A primeira delas deve ser usada quando empregamos um sinal de potência elétrica ou a fórmula (ii) para converter em escala dB. Já a segunda equação de (vi) deve ser empregada quando foi usada a formulação (iv) para se conseguir o valor em dB que agora deseja-se voltar à escala original. Ainda, não esqueça de colocar o sinal de negativo no valor da equação seguinte caso se trate de atenuação.

$$\begin{aligned} P_{linear} &= 10^{\left(\frac{valor_{db}}{10}\right)} \\ P_{linear} &= 10^{\left(\frac{valor\_db}{20}\right)} \end{aligned} \quad \text{(vi)}$$

Por fim, é importante que o leitor esteja familiarizado com alguns valores que associam a estaca dB com a escala linear tomando por base a fórmula (ii), que é a usada para sinais de potência elétrica (em telecomunicações, especialmente, potência elétrica é muito usada). Observe pela Tabela 1, que a cada 10dB de potência, o sinal aumenta em 10x em escala linear. No caso da formulação dado por (iv), esta relação é de aumento de 10x a cada 20dB.

Tabela 1 - Relações comuns de escala dB.

| **Escala dB** | **Escala linear[1]** | **Escala linear[2]** |
|---|---|---|
| 40 | 10.000 (ou $10^4$) | 100 |
| 30 | 1.000 (ou $10^3$) | ~ 31.6 |
| 20 | 100 (ou $10^2$) | 10 |
| 10 | 10 (ou $10^1$) | ~ 3.1 |
| 6 | ~ 4 (ou ~$2^{+2}$) | ~ 2 |
| 3 | ~ 2 (ou ~$2^{+1}$) | ~ 1.4 |
| 0 | 1 | 1 |
| -3 | ~ 0.5 (ou ~$2^{-1}$) | ~ 0.7 |
| -6 | ~ 0.25 (ou ~$2^{-1}$) | ~ 0.5 |
| -10 | 0.1 | 0.316 |
| -20 | 0.01 | 0.1 |
| -30 | 0.001 | 0.0316 |
| -40 | 0.0001 | 0.01 |

[1] Usando a formulação (ii). [2] Usando a formulação (iv).

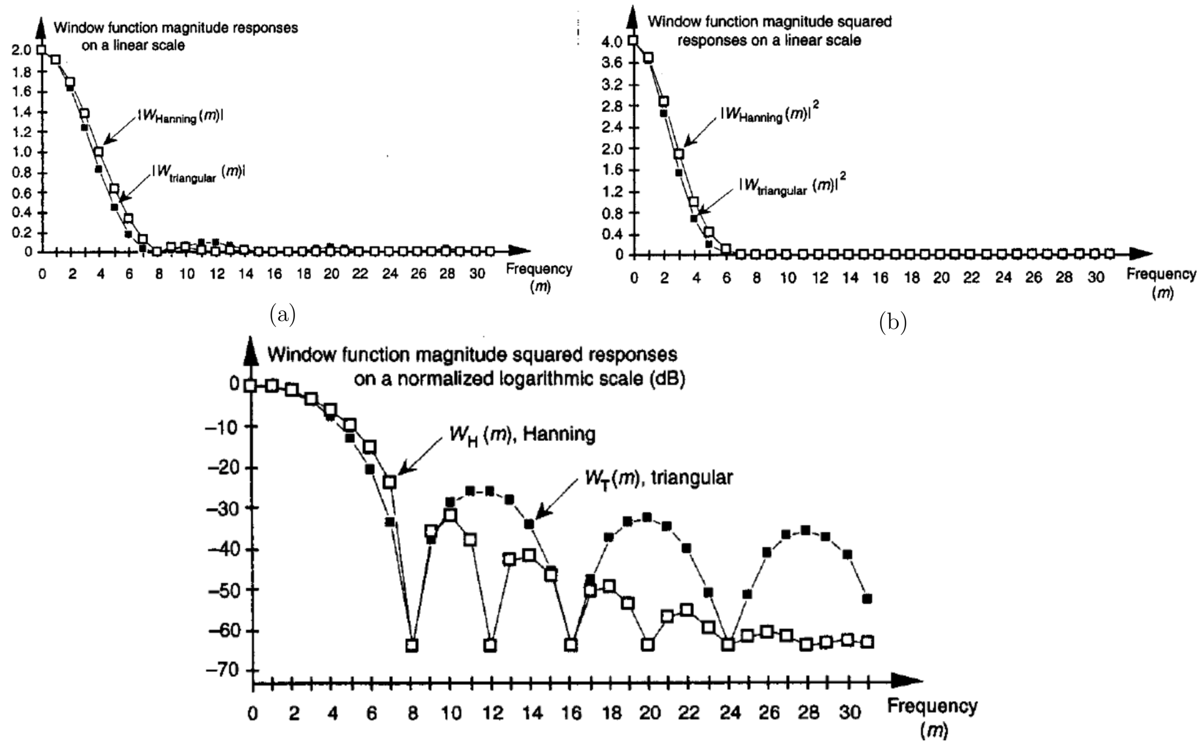
## 2 – Vantagens de uso e ilustração

Na sequência são listados três, dentre muitas outras vantagens da escala dB. São elas:

- **Melhor visualização de pequenos detalhes em sinais**: em alguns casos temos em um mesmo sinal valores grandes ou moderados e valores muito pequenos. Em função disto, as vezes a visualização destes pequenos valores fica comprometida em função da dimensão assumida pelos valores maiores. Este é o exemplo da Figura 3a. Observe que mal se vê a diferença entre estes sinais[3] na região onde m=20. Na região m>20 não se nota visualmente nenhuma diferença muito significativa. Esta comparação entre dois sinais é dificultada quando pegamos cada elemento deste gráfico de espectro e elevamos ao quadrado para achar a sua potência espectral conforme se vê na Figura 3b. Observe que ao se elevar ao quadrado, os valores > 1 se tornam cada vez maiores, e os valores menores < 1 se tornam cada vez menores. Agora, neste gráfico, não se pode mais sequer notar diferença entre os dois sinais nos pontos onde m=20 ou m=12 da Figura 3b. Esta diferença foi suprimida pela elevação quadrática. Contudo, ao aplicar a escala dB nos sinais do gráfico 3b

[3] Este sinais especiais são chamados de Hanning e Triangular e são muito conhecidos em processamento digital de sinais. Bons conhecedores desta área verão que não se tratam exatamente de sinais mas sim de 'janelas' usadas para diferentes propósitos. Mas para todos os efeitos, vamos considerar nesta apostila que se tratam de sinais comuns.

(usando a fórmula (ii), já que eles já foram elevados ao quadrado), observa-se que pelo resultado, visto na Figura 3c, que aparece uma grande diferença entre os sinais, especialmente na região onde eles eram pequenos. E na região onde eles eram maiores (m < 8), esta diferença não é tão acentuada. Então de forma resumida pode-se dizer que a escala dB diminui os grandes valores em sua visualização e amplifica os pequenos valores tentando abranger no mesmo gráfico ambos valores.




(c)

Figura 3 - (a) Comparação entre espectros de magnitude de dois sinais em escala linear. (b) Comparação entre os mesmos sinais, porém considerando sua magnitude elevada ao quadrado (também conhecida como potência espectral). (c) Aplicação da escala dB nestes mesmos sinais. Fonte: (Lyons, 2012).

- **Conveniência em trabalhar com escala dB para estágios sucessivos**: para ilustrar isto, considere o exemplo 2. Através dele observa-se que é mais conveniente somar valores em dB de estágios em série do que realizar operações de multiplicação para avaliar ganhos ou atenuações em circuitos de múltiplos estágios.

**Exemplo 2[4]:**

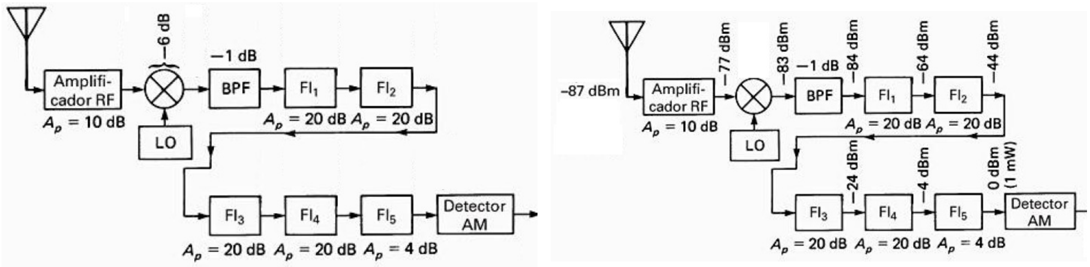
Considere que uma antena, quando ligado a um sistema com impedância de entrada de 50Ω, produziu em sua entra uma tensão de 10uV. A partir desta informação, podemos estimar:

[4] Exemplo adaptado de (Young, 2006).

a) O nível de potência em escala dBW e escala dBm[5]:

$$P = V^2/R = (10.10^{-6})^2/50 = 2\ pW$$
$$P_{dBW} = 10*\log_{10}(2.10^{-12}W/1W) = -117\ dBW$$
$$P_{dBm} = 10*\log_{10}(2.10^{-12}W/10^{-3}W) = -87\ dBW$$

b) Considere que este sinal chega em um circuito receptor de sinais composto pelos elementos que se veem na Figura 4a onde são designados seus respectivos ganhos e perdas de potência do sinal escala dB. Considerando que no item anterior estimamos que o sinal chega ao circuito com potência de -87dBm, pode-se estimar a potência do sinal em cada um dos estágios intermediários conforme se vê na Figura 4b. Nota-se que no caso da escala dB, basta somar a potência do sinal de entrada com o ganho/atenuação do circuito que se descobre facilmente a potência de saída.




(a) (b)

Figura 4 - Ilustração do exemplo 2.

- **Conveniência em trabalhar com medidas de intensidade auditiva**: como a origem da escala dB está associada a sistemas de telefonia, ela tem um grande afinidade com sinais de áudio. Na acústica, a escala dB está alinhada com a intensidade percebida pelo ouvido humano. Isto porque o aumento do nível de intensidade em dB corresponde, aproximadamente, ao aumento percebido pelo ouvido humano. Para entender melhor, considere que um ouvido humano percebe um aumento de 80 dB para 85 dB como sendo o mesmo que um aumento de 10 dB para 15 dB.

# 3 – Outras medidas derivadas

Conforme ilustrado no Exemplo 2, a escala dB possui outras medidas derivadas da original. Esta derivação vem justamente da adoção de uma referência (ou normalização) fixa que varia de caso para caso e diferente daquela ilustrada na Equação (v). A Tabela 2 ilustra algumas escalas derivadas da dB e suas respectivas definições.

Tabela 2 - Tabela de referências da escala dB.

| Escala | Descrição |
|---|---|
| dBm ou dBmW | Utiliza como referência $s_{ref}$ (ver Equação (v)) o valor de 1mW (ou 0,001W). Típico para aplicações em sinais de comunicação wireless, telefonia, potência em ótica e sinais de áudio. Assim, 0dBm = 1mW. |

[5] Neste ponto, se você ainda não souber o que é dBW ou dBm, vá até a próxima seção deste material para entender estes conceitos e depois regresse ao ponto onde parou.

| | |
|---|---|
| dBm(600) | Utiliza como referência $s_{ref}$ (ver Equação (v)) o valor de 1mW (ou 0,001W) medido em uma carga de 600Ω. Assim, 0dB em uma resistência de 600Ω equivale a 1mW. Típico para aplicações em transmissão broadcasting e aplicações de áudio profissional e telefonia. |
| dBm(50) | Utiliza como referência $s_{ref}$ (ver Equação (v)) o valor de 1mW (ou 0,001W) medido em uma carga de 50Ω. Assim 0dB em uma resistência de 50Ω equivale a 1mW. Típico para aplicações em circuito de rádio-frequência (RF). |
| dBm(75) | Utiliza como referência $s_{ref}$ (ver Equação (v)) o valor de 1mW (ou 0,001W) medido em uma carga de 75Ω. Assim 0dB em uma resistência de 75Ω equivale a 1mW. |
| dBW | Utiliza como referência $s_{ref}$ (ver Equação (v)) o valor de 1W. Muito usado em amplificação de potência e circuitos de RF. Assim 0dB = 1W. |
| dBV | Utiliza como referência o valor de 1V. Neste caso geralmente se usa a fórmula (iv) para cálculo inserindo-se, para tanto, o valor de 1V como valor de referência. Logo, identifica o valor em escala decibel tomando por referência o valor de 1V. Assim 0dB = 1V. |
| dBμV | Mesmo que o item anterior, porém utilizando como valor de referência 1μV. Logo, 0dB = 1μV. |
| $dBV_{RMS}$ | Utiliza como referência o valor de $1V_{RMS}$. Logo, 0dB = $1V_{RMS}$. |
| dBi | Conhecido como decibel isotrópico, esta escala indica o ganho relativo a um enrradiador (antena) isotrópico. As antenas isotrópicas têm por função um comparativo entre as antenas reais e as ideais. |
| dB/Hz | Relativo a potência do espectro de um ruído em uma largura de banda de 1Hz. |

## Referências


- LYONS, Richard. Understanding Digital Signal Processing. Prentice Hall, 3ª ed., 2012.
- YOUNG, Paul H.. Técnicas de comunicação eletrônica. Pearson, 5ª ed., 2006.