



Universidade Federal de Uberlândia

## Disciplina de Sinais e Sistemas 2

## – Lista de exercícios extras 1 –

*Prof. Alan Petrónio Pinheiro*

Faculdade de Engenharia Elétrica

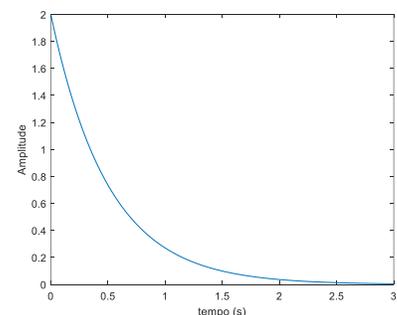
Versão 1.3

**Observações:**

- a) Sempre que possível, tente na solução dos exercícios descrever passo por passo (passo 1: texto; passo 2: texto) de forma textual e indicando nesta sequência de passos as linhas de código correspondente ao código fonte que acompanha a questão. Use a abuse de gráficos no pdf que descreve a solução abordada. Você não está sendo avaliado pelo arquivo do Matlab/Octave/outro que está entregando e sim pelo pdf. O código fonte é apenas elemento para corroborar sua solução.
- b) Você pode (e deve, se necessitar) tirar dúvidas sobre a resolução de problemas desta lista durante o horário de atendimento
- c) Importante: a sua solução deve vir acompanhada dos arquivos (.m ou equivalente) usados para gerar os resultados das questões. A questão que não vier com estes arquivos será zerada.
- d) Todas as questões devem vir com comentários a respeito de sua avaliação do resultado ou do gráfico resultante. Não é o “número” que vale e sim a sua interpretação.
- e) Esta lista tem que ser entregue digitalizada por email (alan\_petronio@yahoo.com.br) até a data estipulada. Não serão recebidos trabalhos entregues posteriormente. Sua caixa “enviados” será seu comprovante de entrega.
  - i. Você deve entregar a lista em formato pdf (sem compactação, para evitar corromper arquivo). Mande também os arquivos .m diretamente (sem compactação). Já outros arquivos, de áudio, se a soma for maior que 10MB, pode mandar compactado.
  - ii. Não serão aceitos em hipótese alguma envios de links para trabalhos armazenados em repositórios ou nuvens ou afins. O seu trabalho deve estar disponível na caixa de email do professor. Todo trabalho enviado na forma de link vai ser desconsiderado.
  - iii. Verifique, antes de mandar, se o arquivo está correto e se pode ser aberto sem erros. Você é o único responsável pelo envio correto do trabalho.
- f) A maior parte das questões (senão todas) pode ser resolvida computacionalmente. Empregue o software que desejar. Um dos propósitos da lista é incentivar o(a) estudante a aprender (extra-classe) ferramentas que podem auxiliá-lo na aprendizagem e na resolução de problemas de forma intuitiva e profissional.
- g) Onde não for claramente explicitado, o estudante pode escolher resolver a questão de forma puramente computacional e/ou algébrica. As questões computacionais devem ter algum comentário a respeito de sua avaliação do resultado ou do gráfico resultante.
- h) Observe que acompanhando esta lista devem vir mais arquivos contendo sinais de áudio (.wav) e códigos em Matlab/Octave já prontos.
- i) Se você desejar fazer alguns cálculos no papel, fique à vontade. Depois de feitos, escaneie eles (digitalize-os) e insira no arquivo digital que você deve enviar. Não há necessidade de “perder tempo” digitando equações em editores de texto. **Mas tenha capricho**, especialmente na organização e sistematização do seu pensamento. O capricho e organização do trabalho também valem (você está sujeito a perder pontos por trabalhos não organizados). Deixe seu trabalho e sua formatação aparentáveis. Trabalhos desleixados terão notas desleixadas e reclamações não irão resolver ou mudar isto.
- j) Erros de português também são avaliados e você pode perder pontos por isto. Sua forma de comunicação escrita também é analisada.
- k) Recomenda-se o uso do Matlab/Octave para solução desta lista. Ele tem versões gratuitas para estudantes. Contudo, se preferir, use outro programa qualquer para fazer esta lista. Mesmo usando outro, você deve enviar o código usado para resolver as questões.

1) A um circuito eletrônico, que está sendo testado, injeta-se um impulso de tensão (delta Dirac). O resultado de sua saída é mostrado no gráfico desta questão.

- a) Qual é a função matemática que indica a resposta impulsiva deste sistema?
- b) Qual é a resposta em frequência (magnitude e fase) deste sistema?
- c) Se injetarmos neste sistema uma frequência de 1 Hz e, posteriormente, outra de 100Hz. Ambos, “puros” (frequências únicas). Qual deve ser o sinal de saída em cada caso?



- d) Qual é a área da forma de onda mostrada neste gráfico? Qual é o valor de  $|H(j0)|$  (ou seja, o espectro de magnitude na frequência zero)? Correlacione estes valores e faça uma interpretação desta relação.

2) Considere que um dado sistema foi modelado matematicamente pela relação abaixo. Considerando que a ele é aplicado o sinal  $x(t)=te^{2t}u(t)$ . Com base nisto, responda:

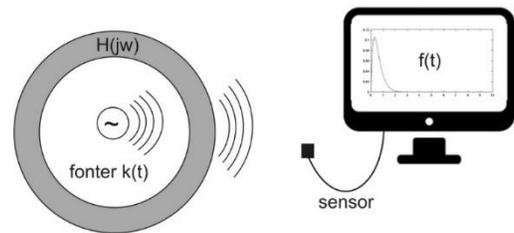
$$2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 8 \frac{dy(t)}{dt} + 1y(t) = 3x(t)$$

- a) Qual deve ser a saída do sistema considerando apenas o domínio da frequência? Ou seja, estime  $Y(j\omega)$  usando apenas  $X(j\omega)$  e  $H(j\omega)$ . Mostre seus cálculos e o gráfico de  $Y(j\omega)$  e  $H(j\omega)$ .
- b) Qual deve ser a saída do sistema considerando apenas o cálculo desta saída no domínio do tempo? Ou seja, estime  $y(t)$  usando apenas  $x(t)$  e  $h(t)$ . Mostre seus cálculos e o gráfico de  $y(t)$  e  $h(t)$ .

3) Considere que um determinado corpo, formado por um tecido que foi caracterizado matematicamente pela função  $H(j\omega)$ , teve seu sinal registrado por um determinado equipamento conforme ilustração.

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 3}$$

Este sinal registrado pode ser modelado pela função  $f(t)$ . Toda vez que dentro deste corpo o sinal  $k(t)$  aparece, ele é registrado na saída (conforme figura) como  $f(t)$ .

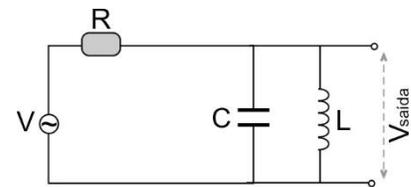


$$f(t) = e^{-3t} - e^{-4t} \quad (\text{considerando } t \geq 0)$$

Quais são as características da fonte geradora? Em outras palavras, mostre  $k(t)$  e  $K(j\omega)$ .

4) Considere o circuito abaixo. Em especial, a parte ressonante paralela. Considere que  $R=50$  ohms,  $L=10\mu\text{H}$  e  $C=10\mu\text{F}$ .

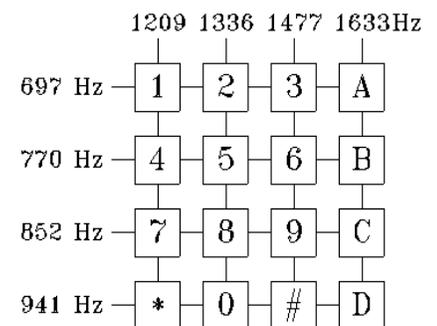
- a) Qual deve ser o comportamento em frequência deste circuito? Mostre seus cálculos e plote o valor de  $H(j\omega)$  do circuito. A entrada é  $V(t)$  (fonte e tensão indicada no circuito);
- b) Escolha três valores de frequência e indique o que acontece com elas.



Em especial, uma destas três frequências deve ser a de 16 kHz. As outras duas, você escolhe. Uma deve ser abaixo deste valor e a outra acima.

5) Considere os sinais “sinal\_questao5a.wav” e “sinal\_questao5b.wav” que acompanham esta lista. A partir disto, faça:

- a) Mostre o espectro de ambos os sinais e faça comentários sobre as características dos mesmos.
- b) No caso do sinal “sinal\_questao3b.wav”, avalie em separado os trechos entre amostras  $2000 \leq n \leq 2800$  e  $3.600 \leq n \leq 4.400$ , por exemplo. Observe que são trechos selecionados do sinal no tempo. Repita isto para todos os outros trechos.
- c) Com base no que foi feito na letra anterior e sabendo que este é um sinal de telefonia conhecido como DTMF (ver figura ao lado), pergunta-se: qual foi a sequência



numérica que foi digitada no telefone do celular? Se precisar, faça uma breve leitura sobre “codificação DTMF”.

*Observação: esta questão já vem com um arquivo em Matlab, nomeado como questao5.m. Você pode usar ele para exibir espectros de sinais.*

---

6) Você está recebendo um arquivo de áudio “[sinal\\_questao6.wav](#)” que contém um trecho música. Foi inserido nela um ruído “leve” nele. Ouça o áudio e tente identificar este ruído no fundo. Use fone de ouvido, se possível. Adicionalmente, para suprimir este ruído, foi projetado dois sistemas discretos que foram designados de “sistema 1” e “sistema 2”. Para representar estes sistemas, foi gerado os coeficientes ‘a1’ e ‘b1’ (para o sistema 1) e ‘a2’ e ‘b2’ (para o sistema 2). Os coeficientes de ambos estão disponíveis no arquivo [questao6.m](#). Eles são calculados dinamicamente (em tempo de execução) e a forma como são calculados, não é objeto de estudo aqui. Com base nisto, faça:

- Analizando o espectro, qual é a faixa de ruído?
- Qual a resposta em frequência destes sistemas<sup>1</sup>? Mostre o gráfico de ambos (em magnitude) e compare com o encontrado pela função `freqz` vista no código.
- Compare qual sistema é mais eficiente: o 1 ou o 2? Descreva as diferenças e explique elas<sup>2</sup>.
- Pegue um dos sinais filtrados e dê um ganho de 1.5x e 5x nele. Ou seja: multiplique todos os elementos do vetor ou matriz que contém o áudio pela constante 1.5x. Faça o mesmo para o ganho de 5x. Qual o efeito de ambas multiplicações no áudio? Porque apareceram “ruídos” em alguns casos e de onde vieram estes?
- Pegue o sinal filtrado e multiplique por -1. Ou seja: multiplique todos os elementos do vetor ou matriz que contém o áudio pela constante -1. O que esta multiplicação faz no áudio e quais seus efeitos?

*Observações:*

- Observe que o código para aplicar a equação de diferença de um sistema a um sinal no Matlab é a ‘`filter`’. Consulte esta função no help do Matlab para ver como usá-la. Se preferir, aplique a equação de diferenças por programação usando laço ‘`for`’.
- O código que acompanha esta questão está praticamente todo pronto. A intenção dela é mais estimulá-lo a entender o processo de interação sinal-sistema com base neste exemplo e “ver” (melhor dizendo, ouvir) os resultados de maneira mais prática para se entender a “magia” da matemática e dos sinais aqui.

---

7) Observe que esta questão lhe fornece um áudio de 5 segundos de uma pessoa que foi registrado a 22050Hz. Pegue um segundo áudio qualquer (uma música, por exemplo) com qualidade igual ou superior a 40.000Hz (melhor qualidade) de taxa de amostragem. Pegue somente 5 segundos. Some os 5 segundos de ambos áudios para gerar um só.

---

<sup>1</sup> Você não pode usar a função `freqz` ou similar. Faça “na mão” (dica: lembre-se da função impulsiva). Você já deve ter conhecimentos suficientes para descobrir isto. A função `freqz` você pode usar para os outros itens, mas não para este.

<sup>2</sup> Dica: lembre-se de sistemas FIR e IIR.

---

*Dica: observe que os áudios têm Fs diferentes. Logo, antes de somar, é necessário fazer uma conversão. Você pode sub-amostrar o áudio da música para 22kHz ou pode, artificialmente, aumentar a quantidade de pontos da vogal para a taxa da música (este processo, como veremos, é nomeado de up sampling). Para fazer estas mudanças, artificialmente, use interpolação de um sinal (re-amostrar um sinal). No Matlab uma função muito usada para este fim é a “spline”.*

8) Considere o sinal  $x(t)$  de uma questão anterior. Ele é transcrito novamente abaixo. Observe que ele tem três componentes de frequência e tem largura de banda de 4kHz (de 1k até 5kHz).

$$x(t) = 5\sin(2\pi 1000t) + 2\cos(2\pi 3000t) + 0.5\cos(2\pi 5000t)$$

- Usando a propriedade de **modulação de Fourier** (ou multiplicação no tempo), desloque o espectro deste sinal de tal forma que agora ele não comece mais em 1kHz e sim em 107.5kHz. O espectro tem que ser mantido em sua forma. Ele deve apenas ser deslocado. Para isto, mostre o espectro do sinal original e o espectro do sinal modulado ou deslocado (pode usar a função fft). *Indique como isto foi feito em texto na forma de passos e relacionado as linhas de código.*
- Faça o processo contrário. Pegue seu sinal deslocado até 107.5Khz e agora veja como fazer ele voltar ao seu estado original. Plote o espectro (pode usar a função fft) do sinal produzido ao final desta operação de deslocamento ao estado inicial. Indique como isto foi feito em texto na forma de passos e relacionado as linhas de código.

*Dicas:*

- Sempre que fazer uma operação matemática em 2 sinais, verifique se eles têm o mesmo Fs. Se não tiverem, faça up ou down sample usando uma função de interpolação como a spline (feita em uma questão passada desta lista). Se não desejar fazer interpolação, escolha uma única taxa Fs de modo que ela possa ser adequada para todos os sinais e mantendo a obediência a Nyquest.*
- Para modular um sinal, multiplique por uma função cossenoidal. Embora também se aplique a exponenciais complexas, o mais comum é a multiplicação por  $\cos(\omega t)$ .*

9) Para resolver esta questão, você deve agora fornecer os sinais. A princípio serão necessários dois sinais. A saber:

- Sinal 1: grave sua voz (no celular, por exemplo) durante uma vocalização de uma vogal ou consoante de forma sustentada (constante).
- Sinal 2: procure uma música instrumental ou registro de áudio que você gosta de instrumentos de fundo.

Depois de selecionados os sinais, pede-se:

- no sinal 1, selecione um curto trecho da sua voz ( $\leq 1$  seg) onde ela é constante e plote o espectro de magnitude. Quais são suas principais componentes de frequência? Indique qual é a frequência fundamental de vibração da voz dele e até que harmônica ele consegue chegar.
- agora pegue um trecho maior ( $\geq 3$  seg) do seu sinal 1 e “some” ao sinal 2. Tente obedecer a certas obviedades (tamanho de sinal, frequência amostragem, amplitude média). Gere o áudio resultante e plote o espectro.

*Obs.: antes de obter os sinais, sugere-se ouvir a música “Francisco” do paranormal Milton Nascimento (você achará com facilidade no youtube). Observe que o cantor usa essencialmente vocalização sustentada e a voz dele foi adicionado um sinal 2 (instrumentos*

de fundo). Naturalmente que não se pretende que você faça igual (não se avalia aqui sua qualidade vocal ou musical, lógico!), mas pode ser uma boa sugestão de início para escolha do tipo de seus sinais.

**10)** Este exercício tem o propósito de trabalhar com sinais, sistemas e como sistemas processam sinais. Para isto, considere um sinal  $x(t)$  dado pela equação abaixo. Ainda, esta questão acompanha (ver arquivo “[questao10.m](#)”) dois sistemas: o primeiro deles é do tipo não realimentado (ou FIR) e o segundo é realimentado (ou IIR).

$$x(t) = 5\sin(2\pi 1000t) + 2\cos(2\pi 3000t) + 0.5\cos(2\pi 5000t)$$

- a) Gere 1 sinal composto pelos componentes indicados na fórmula abaixo. Plote o sinal gerado no tempo e na frequência (pode usar FFT, se desejar). Mostre o resultado gráfico.
- b) Observe que os dois sistemas têm uma resposta em frequência diferente, ainda que tenham sido projetados para fazer a mesma coisa. A função deles é deixar até a frequência de 1kHz passar, e depois disto, cortar e a partir de 3kHz. No caso deve-se garantir que esta última frequência seja atenuada em pelo menos -20dB. Compare a resposta em frequência destes dois sistemas comentando qual é aparentemente melhor, qual é a banda de transição destes sistemas e o que mais desejar. Ainda, o que significa uma atenuação de 20dB?
- c) Agora, injete o sinal  $x(t)$  em ambos os sistemas (1 e 2) individualmente e plote a saída  $y(t)$ . Veja também os espectros destas saídas. Confira (mentalmente, sem ter que descrever no relatório) se de fato  $Y(j\omega) = H(j\omega) \cdot X(j\omega)$ . Pode usar a recurso da função ‘filter’ para produzir as saídas  $y(t)$ .
- d) Repita a questão anterior, mas sem usar a função filter. Monte você mesmo sua equação de diferenças usando um laço ‘for’ para fazer a filtragem do sinal e compare o resultado com da questão anterior. Mostre no papel como você produziu estas equações de diferenças e qual é a fórmula delas. Montadas as equações de diferença, qual delas é computacionalmente mais favorável?
- e) Repita novamente o item ‘c’ desta questão, mas usando convolução. Ambos os casos funcionaram corretamente? Se um deles não funcionou corretamente, por que você acha que não funcionou?
- f) Sem usar a função freqz (já contida no código anexo), como visualizar o espectro do seu sistema 1 e 2 a partir dos coeficientes b e a? Mostre no papel e em código para gerar o gráfico. Ainda, observe que os coeficientes ‘a’ de sistemas FIR são sempre 1. Por quê?
- g) Estes sistemas foram projetados para ter uma banda de transição de 1k até 3k e em 3k, ter uma atenuação de -20dB. Re-projete eles (parâmetros de firpmord e buttord) de forma que os dois sistemas obedeçam aos requerimentos:
  - ter uma banda de transição mais curta (de 1kHz a 2kHz) e
  - ter uma atenuação de pelo menos -40dB em 2kHz (repare que após esta frequência, todas as outras tem atenuações menores ainda que esta referência de -40dB, garantido assim os requerimentos de filtragem).

Agora observe a quantidade de coeficientes b e a. Qual sistema (realimentado ou não-realimentado) é mais eficiente?

*Observação: esta é uma questão muito importante. Ela mostra como é explorada a relação entre sinais discretos e sistemas discretos (designados por equações de diferenças). Observe a “magia” de como o sinal  $x(t)$  sai “limpinho” na forma de  $y(t)$  apenas multiplicando  $x(t)$  por “coeficientes mágicos” que conseguem tirar algumas componentes de frequência e preservar outras. Ainda, não se preocupe em saber como estes coeficientes são gerados (ou seja, como*

funciona as funções `firpmord` e `buttord`). Considere apenas que elas lhe são entregues de forma “mágica” pelo Matlab. Contudo, no capítulo de transformada Z, veremos como eles são gerados.

---

**11<sup>3</sup>**) Considere que um dado sistema é constituído por uma ligação em cascata (série) de dois sistemas contínuos no tempo com resposta em frequência  $H_1(j\omega)$  e  $H_2(j\omega)$ , respectivamente. Considere que o sistema como um todo tem resposta  $H_{\text{total}}(j\omega)$  e que a função transferência destes dois sistemas são das pelas equações abaixo.

$$H_1(j\omega) = \frac{640(j\omega+1)}{(j\omega+8)(j\omega+40)} \quad H_2(j\omega) = \frac{0.01(j\omega+40)}{(j\omega+1)(j\omega+8)}$$

Com base nisto, pede-se:

- Qual equação de  $H_{\text{total}}(j\omega)$ ?
- Esboce o gráfico de Bode de  $H_1(j\omega)$ ,  $H_2(j\omega)$  e  $H_{\text{total}}(j\omega)$ . Compute também os gráficos (em escala log) destas três equações e compare a diferença entre o esboço assintótico de Bode com o gráfico precisamente calculado por computador. Mostre os gráficos.
- Passes os gráficos anteriores para escala linear.
- Se injetarmos uma frequência de 1Hz e 60Hz, de quanto será o ganho/atenuação para estas duas frequências? Mostre como você chegou a este valor.

*Observação: não use a função ‘bode’ do Matlab para gerar o gráfico aqui nesta questão. Faça esta plotagem de forma mais manual (ponto a ponto) para entender como se dá o processo de construção da curva de resposta em frequência.*

---

---

<sup>3</sup> Questão baseada no exercício 6.12 do livro texto

---